

## Musée de Sismologie et Magnétisme Terrestre Planétarium de Strasbourg

### **Le couple Terre-Lune**

*Mesures historiques de distances  
au sein du couple Terre-Lune*

Notice à l'attention du professeur

<u>Public visé par l'activité :</u>	Lycéens
<u>Disciplines concernées :</u>	S.V.T., Sciences Physiques, Mathématiques
<u>Lieu pour l'activité :</u>	En classe ou à la maison
<u>Durée de l'activité :</u>	Environ 1h30
<u>Nature de l'activité :</u>	Étudier une méthode ancienne et particulièrement précise de détermination du rayon de la Terre par le savant perse Al-Biruni à partir de 3 visées réalisées à l'astrolabe, d'une mesure de distance et de calculs trigonométriques.

Montrer comment, à partir de méthodes trigonométriques simples, les scientifiques grecs ont pu mesurer de grandes distances telles le diamètre de la Lune ou la distance Terre-Lune en s'aidant des résultats obtenus pour le rayon de la Terre.

<u>Contenu du dossier :</u>	Fiche élève
	Proposition de correction sur demande émanant d'une adresse académique de préférence et adressée à l'un des contacts indiqués ci-dessous.

<u>Déroulement possible de l'activité :</u>	Cette activité peut tenir lieu de travail dirigé, d'activité en classe entière ou de travail à faire à la maison.
---	---

#### Contacts :

Pierre-André Labolle, Lycée des Pontonniers : [plabolle@ac-strasbourg.fr](mailto:plabolle@ac-strasbourg.fr)  
Valérie Ansel, EOST : [valerie.ansel@unistra.fr](mailto:valerie.ansel@unistra.fr)  
Olivier Vallejo, Collège Kennedy : [olivier.vallejo@ac-strasbourg.fr](mailto:olivier.vallejo@ac-strasbourg.fr)  
Milène WENDLING, Planétarium de Strasbourg : [milene.wendling@unistra.fr](mailto:milene.wendling@unistra.fr)

---

#### *Le couple Terre-Lune*

EOST – Musée de Sismologie – 7-9 rue de l'Université – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 01 27 – 📠 03 68 85 01 25  
<http://www.musee-sismologie.unistra.fr>  
PLANÉTARIUM – 13 rue de l'Observatoire – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 24 50 – 📠 03 68 85 24 61  
<http://planetarium.u-strasbg.fr>

## **Le couple Terre-Lune**

*Dans ces activités, on se propose de comprendre la méthode particulièrement précise utilisée par le savant perse Al-Biruni (973-1048 après Jésus-Christ) pour déterminer le rayon de la Terre puis de montrer comment les savants grecs sont parvenus à déterminer des distances telles le rayon de la Lune ou la distance Terre-Lune à partir de la valeur du rayon terrestre mesuré par Ératosthène dans l'Antiquité.*

### **ACTIVITÉ 1 : MESURE DU RAYON TERRESTRE PAR AL-BIRUNI**

#### **I/. Contexte historique et introduction**

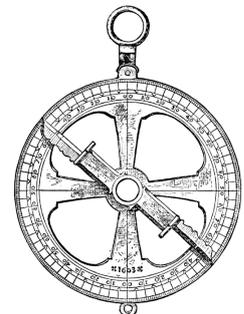
Vers 236 avant Jésus-Christ, le savant grec Ératosthène détermina le rayon de la Terre avec une bonne précision à partir de la circonférence d'un méridien. La méthode était relativement précise mais assez contraignante puisqu'il fallait se placer en une ville proche du tropique et attendre le solstice d'été. Par ailleurs, des mesures en deux lieux suffisamment éloignés étaient nécessaires, rendant indispensables de grands déplacements ; la mesure de la distance entre ces deux lieux était en outre plutôt approximative.

Au fur et à mesure que les écrits scientifiques grecs furent traduits en arabe, les scientifiques du monde arabe purent s'appuyer sur ces connaissances pour les approfondir, les développer et les enrichir. La nécessité de connaître la direction de La Mecque pour la construction des mosquées et le fait de devoir déterminer cette direction sur la sphère que représente le globe terrestre impliquèrent le besoin de connaître avec précision la valeur du rayon terrestre.

Al-Biruni mit alors au point une technique de mesure plus précise que celle d'Ératosthène et qui pouvait être mise en œuvre quasiment n'importe où, par une personne seule, sans avoir besoin de se déplacer. C'est cette technique que l'on se propose de découvrir dans cette activité.

#### **II/. Mesures réalisées par Al-Biruni**

L'idée de sa méthode vint à Al-Biruni alors qu'il se trouvait au sommet d'une montagne en Inde. Il commença par déterminer la hauteur de la montagne grâce à deux mesures d'angles réalisées à l'aide d'un astrolabe et d'une mesure de distance.



*Un astrolabe*

## II.1. Mesure de la hauteur de la montagne

Al-Biruni se plaça en deux points différents P et Q, tous deux situés au niveau de la mer et séparés par une distance  $d$ . En chacun de ces points, il mesura à l'aide de l'astrolabe l'angle entre la direction horizontale et le sommet S de la montagne. Il trouva les deux valeurs des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (voir figure 1).

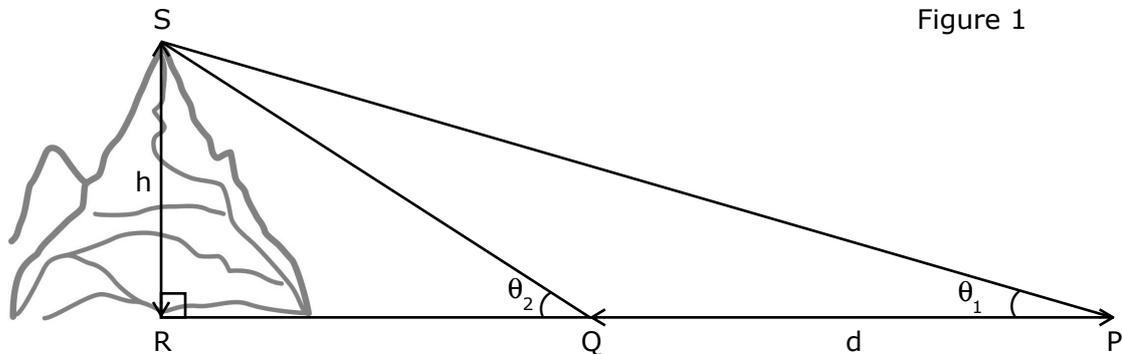


Figure 1

**II.1.1.** Exprimer la distance  $d$  en fonction des distances PR et QR.

**II.1.2.** À l'aide de la trigonométrie, exprimer la distance PR en fonction de la hauteur  $h$  de la montagne et de l'angle  $\theta_1$ . Exprimer de même la distance QR en fonction de la hauteur  $h$  et de l'angle  $\theta_2$ .

**II.1.3.** Dédurre des deux questions précédentes l'expression de la hauteur  $h$  de la montagne en fonction de la distance  $d$  et des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

## II.2. Détermination du rayon de la Terre

Une fois la hauteur  $h$  de la montagne déterminée, Al-Biruni monta au sommet S de la montagne et mesura, grâce à un astrolabe, l'angle  $\alpha$  entre la direction horizontale (SH) et la direction de l'horizon (ST) qui correspond à la visée du point le plus éloigné visible par Al-Biruni à la surface de la Terre (voir figure 2 ci-dessous). Le point O est le centre de la Terre.

**II.2.1.** Démontrer que l'angle  $\widehat{SOT}$  est égal à l'angle  $\alpha$ .

**II.2.2.** En remarquant que les distances OT et OR sont égales au rayon terrestre  $R_T$  et en utilisant la trigonométrie, exprimer  $R_T$  en fonction de  $h$  et  $\cos \alpha$ .

**II.2.3.** L'expérience d'Al-Biruni a été réalisée de telle sorte que les 4 mesures nécessaires aux calculs sont les suivantes :  $\theta_1 = 24,5^\circ$  ;  $\theta_2 = 26,5^\circ$  ;  $d = 100$  m ;  $\alpha = 0,741^\circ$ . Calculer, en km, la valeur du rayon de la Terre.

**II.2.4.** La valeur du rayon moyen de la Terre retenue actuellement et déterminée avec précision est de 6371 km. Comparer les deux valeurs en calculant l'écart-relatif entre la valeur obtenue par la méthode d'Al-Biruni et la valeur actuelle. Commenter le résultat.

On rappelle que l'écart-relatif entre une valeur expérimentale et une valeur attendue se calcule par la relation suivante et s'exprime en pourcentage :

$$E = \frac{|\text{valeur expérimentale} - \text{valeur attendue}|}{\text{valeur attendue}}$$

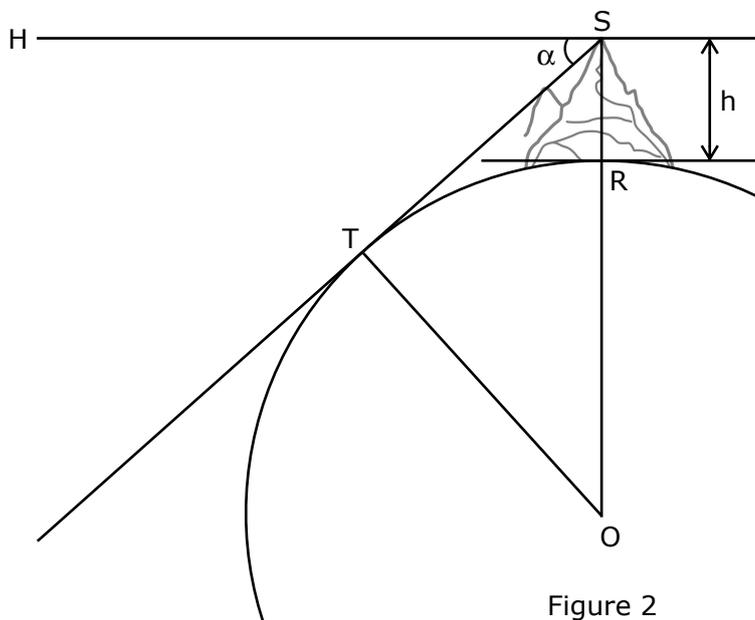


Figure 2

## ACTIVITÉ 2 : MESURE DE LA DISTANCE TERRE-LUNE PAR HIPPARQUE

### I/. Contexte historique et introduction

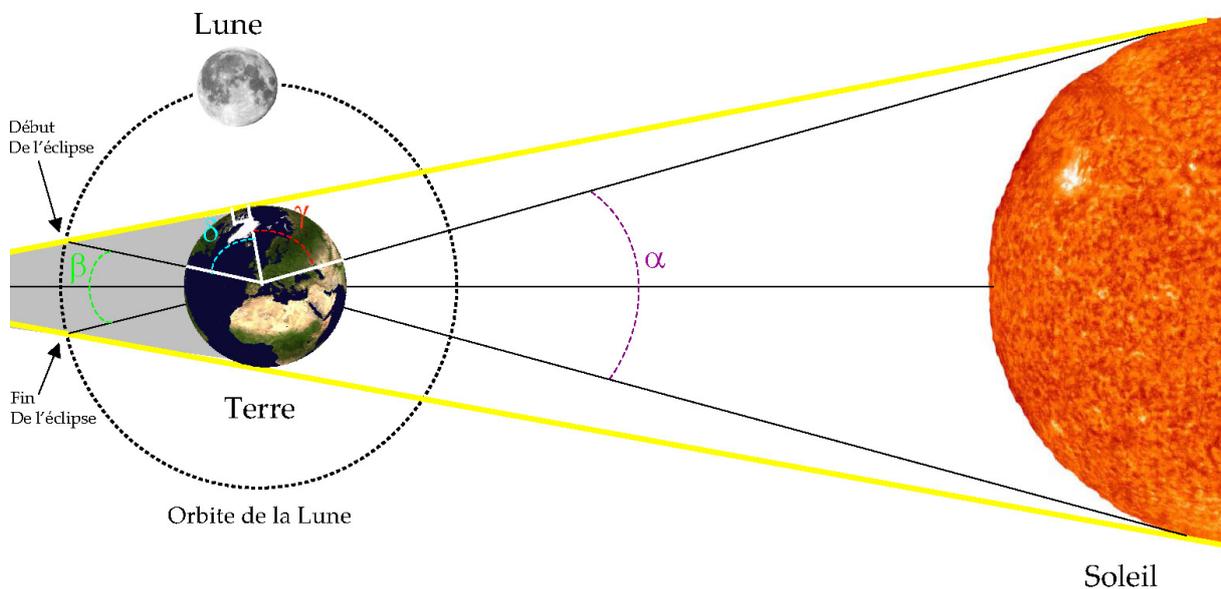
Aristarque de Samos (300-230 av. J.-C.) fut un des premiers à essayer de déterminer la distance entre la Terre et la Lune en utilisant l'observation des éclipses de Lune.

Pour faire ses calculs, il a eu besoin de connaître le rayon de la Terre, rayon qu'Ératosthène calcula en 236 av. J.-C.

Cette activité présente plutôt la méthode proposée par Hipparque en 167 av. J.-C. et qui est un peu plus précise que celle d'Aristarque de Samos.

Voici les hypothèses formulées par Hipparque pour calculer la distance Terre-Lune :

- la Terre est ronde ;
- la durée d'une éclipse de Lune est de 2,5 h maximum ;
- la durée de la lunaison est de 29,5 jours (période synodique) ;
- le diamètre apparent du Soleil est de  $0,50^\circ$  soit 30 minutes d'arc ;
- la parallaxe de la Terre depuis le Soleil est négligeable ( $\gamma = 90^\circ$ ).



© vallejo 2009

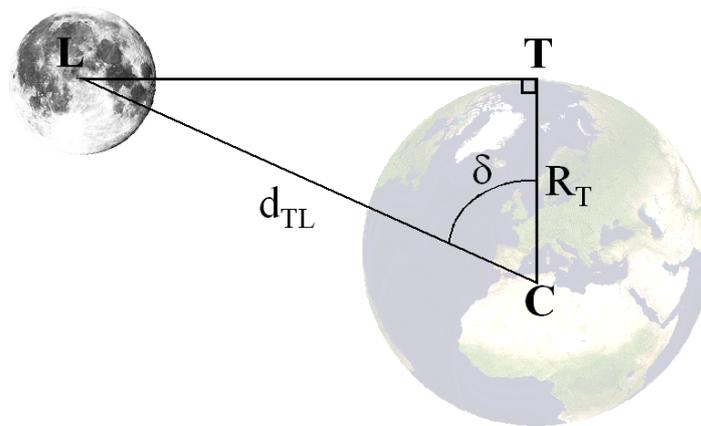
*Le couple Terre-Lune*

EOST – Musée de Sismologie – 7-9 rue de l'Université – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 01 27 – 📠 03 68 85 01 25  
<http://www.musee-sismologie.unistra.fr>

PLANÉTARIUM – 13 rue de l'Observatoire – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 24 50 – 📠 03 68 85 24 61  
<http://planetarium.u-strasbg.fr>

## **II/. Mise en œuvre de la méthode d'Hipparque**

- II.1.** Calculer l'angle  $\beta$  sachant qu'il s'agit de l'angle formé par la position entrante et la position sortante de la Lune dans le cône d'ombre de la Terre.
- II.2.** En déduire l'angle  $\delta$ .
- II.3.** À partir des relations trigonométriques dans le triangle CLT rectangle en T, en déduire la distance Terre-Lune en fonction du rayon de la Terre  $R_T$ .
- II.4.** Sachant qu'Ératosthène a estimé le rayon de la Terre à 6500 km, donner l'estimation d'Hipparque pour la distance Terre-Lune.



---

### *Le couple Terre-Lune*

EOST – Musée de Sismologie – 7-9 rue de l'Université – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 01 27 – 📠 03 68 85 01 25  
<http://www.musee-sismologie.unistra.fr>

PLANÉTARIUM – 13 rue de l'Observatoire – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 24 50 – 📠 03 68 85 24 61  
<http://planetarium.u-strasbg.fr>

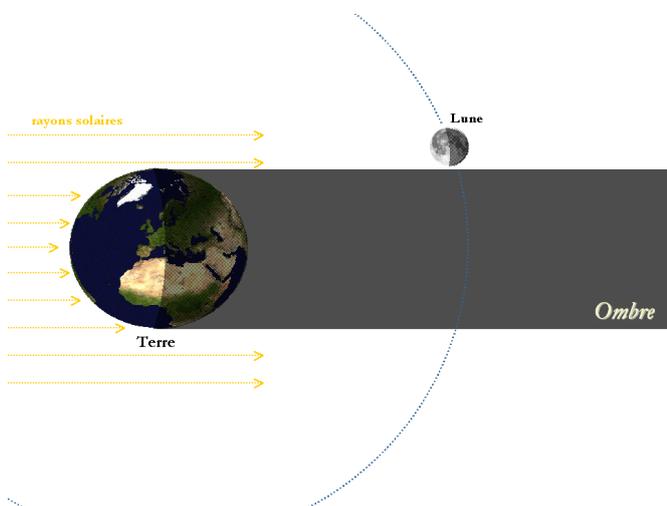
## ACTIVITÉ 3 : MESURE DU DIAMÈTRE DE LA LUNE PAR ARISTARQUE DE SAMOS

### I/. Contexte historique et introduction

Aristarque de Samos a également proposé une méthode pour déterminer le diamètre de la Lune. Là aussi, il a utilisé l'étude des éclipses de Lune pour calculer le diamètre de la Lune à partir de celui de la Terre calculé précédemment par Ératosthène.

En observant le phénomène des éclipses lunaires, Aristarque de Samos avait remarqué qu'en moyenne, il fallait une heure pour que la Lune disparaisse complètement dans l'ombre de la Terre, puis qu'elle restait deux heures dans l'ombre de la Terre avant de réapparaître.

Aristarque de Samos pensait, comme beaucoup de ses contemporains, que la Terre effectuait une rotation circulaire autour du Soleil et que la Lune faisait de même autour de la Terre. Comme la Terre se trouve très loin du Soleil, il a supposé que les rayons du Soleil arrivent quasiment parallèles entre eux et que, par conséquent, le cône d'ombre pouvait être approximativement remplacé par un cylindre.

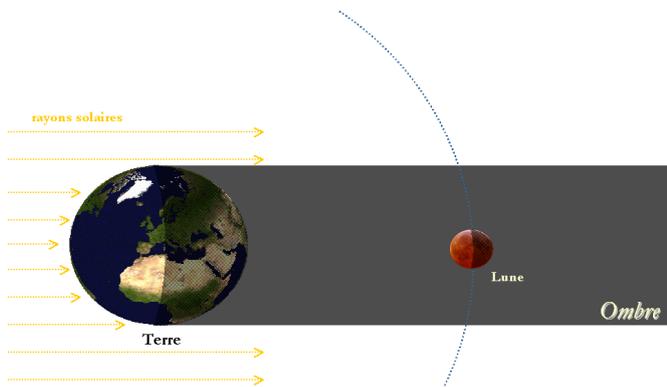


*La Lune va entrer dans le cône d'ombre de la Terre, c'est le début de l'éclipse. Aristarque de Samos fait l'hypothèse que les rayons arrivent parallèles, donc que l'ombre de la Terre décrit un cylindre dont le rayon est égal à celui de la Terre.*

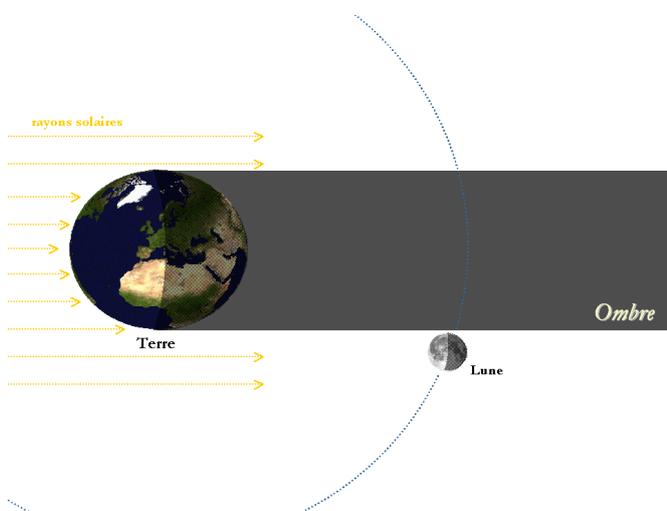
#### Le couple Terre-Lune

EOST – Musée de Sismologie – 7-9 rue de l'Université – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 01 27 – 📠 03 68 85 01 25  
<http://www.musee-sismologie.unistra.fr>

PLANÉTARIUM – 13 rue de l'Observatoire – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 24 50 – 📠 03 68 85 24 61  
<http://planetarium.u-strasbg.fr>



*Lorsque la Lune est entièrement dans l'ombre de la Terre, elle reste néanmoins visible. Cela est dû à l'atmosphère terrestre qui réfracte une partie des rayons solaires vers la Lune. Cette période de totalité dure deux heures environ.*



*La Lune met environ une heure pour réapparaître entièrement. La phase de la Lune est pleine. En effet, les éclipses de Lune ne peuvent se produire que lors de cette phase car les trois astres doivent être alignés.*

## **II/. Mise en œuvre de la méthode d'Aristarque de Samos**

- II.1.** Quelles sont les hypothèses faites par Aristarque de Samos ?
- II.2.** Combien de temps s'écoule-t-il entre le début et la fin de l'éclipse ?
- II.3.** Comment peut-on en déduire une relation entre le diamètre de la Lune et celui de la Terre ?
- II.4.** Sachant que le diamètre de la Terre mesuré par Ératosthène était d'environ 13 000 km, calculer le diamètre de la Lune.
- II.5.** D'après les mesures récentes, le diamètre de la Lune serait de 3475 km. Comment expliquez-vous la différence entre la valeur actuelle et celle mesurée par Aristarque de Samos ?

---

### *Le couple Terre-Lune*

EOST – Musée de Sismologie – 7-9 rue de l'Université – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 01 27 – 📠 03 68 85 01 25

<http://www.musee-sismologie.unistra.fr>

PLANÉTARIUM – 13 rue de l'Observatoire – 67000 STRASBOURG – ☎ 03 68 85 24 50 – 📠 03 68 85 24 61

<http://planetarium.u-strasbg.fr>