

## Musée de Sismologie et Magnétisme Terrestre

### *Détermination du rayon de la Terre par Al-Biruni*

Notice à l'attention du professeur

- Public visé par l'activité : Lycéens
- Disciplines concernées : S.V.T., Sciences Physiques, Mathématiques
- Lieu pour l'activité : En classe ou à la maison
- Durée de l'activité : Environ 1 heure
- Nature de l'activité : Étudier une méthode ancienne et particulièrement précise de détermination du rayon de la Terre par le savant perse Al-Biruni à partir de 3 visées réalisées à l'astrolabe, d'une mesure de distance et de calculs trigonométriques.
- Contenu du dossier : Fiche élève
- Proposition de correction sur demande émanant d'une adresse académique de préférence et adressée à l'un des contacts indiqués ci-dessous.
- Déroulement possible de l'activité : Cette activité peut tenir lieu de travail dirigé, d'activité en classe entière ou de travail à faire à la maison.

#### Contacts :

Pierre-André Labolle, Lycée des Pontonniers : [plabolle@ac-strasbourg.fr](mailto:plabolle@ac-strasbourg.fr)  
Valérie Ansel, EOST : [valerie.ansel@unistra.fr](mailto:valerie.ansel@unistra.fr)

## Détermination du rayon de la Terre par Al-Biruni

Dans cette activité, on se propose de comprendre la méthode particulièrement précise utilisée par le savant perse Al-Biruni (973-1048 après Jésus-Christ) pour déterminer le rayon de la Terre.

### I/. Contexte historique et introduction

Vers 200 avant Jésus-Christ, le savant grec Ératosthène détermina le rayon de la Terre avec une bonne précision à partir de la circonférence d'un méridien. La méthode était relativement précise mais assez contraignante puisqu'il fallait se placer en une ville proche du tropique et attendre le solstice d'été. Par ailleurs, des mesures en deux lieux suffisamment éloignés étaient nécessaires, rendant indispensables de grands déplacements ; la mesure de la distance entre ces deux lieux était en outre plutôt approximative.

Au fur et à mesure que les écrits scientifiques grecs furent traduits en arabe, les scientifiques du monde arabe purent s'appuyer sur ces connaissances pour les approfondir, les développer et les enrichir. La nécessité de connaître la direction de La Mecque pour la construction des mosquées et le fait de devoir déterminer cette direction sur la sphère que représente le globe terrestre impliquèrent le besoin de connaître avec précision la valeur du rayon terrestre.

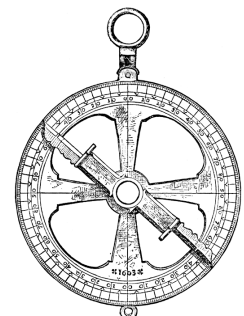
Al-Biruni mit alors au point une technique de mesure plus précise que celle d'Ératosthène et qui pouvait être mise en œuvre quasiment n'importe où, par une personne seule, sans avoir besoin de se déplacer. C'est cette technique que l'on se propose de découvrir dans cette activité.

### II/. Mesures réalisées par Al-Biruni

L'idée de sa méthode vint à Al-Biruni alors qu'il se trouvait au sommet d'une montagne en Inde. Il commença par déterminer la hauteur de la montagne grâce à deux mesures d'angles réalisées à l'aide d'un astrolabe et d'une mesure de distance.

#### **II.1. Mesure de la hauteur de la montagne**

Al-Biruni se plaça en deux points différents P et Q, tous deux situés au niveau de la mer et séparés par une distance d. En chacun de ces points, il mesura à l'aide de l'astrolabe l'angle entre la direction horizontale et le sommet S de la montagne. Il trouva deux valeurs  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (voir figure 1).



Un astrolabe

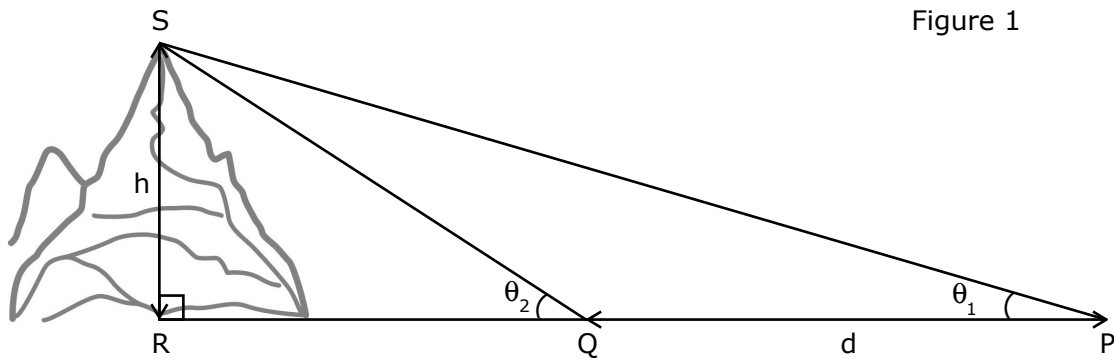


Figure 1

**II.1.1.** Exprimer la distance  $d$  en fonction des distances  $PR$  et  $QR$ .

**II.1.2.** À l'aide de la trigonométrie, exprimer la distance  $PR$  en fonction de la hauteur  $h$  de la montagne et de l'angle  $\theta_1$ . Exprimer de même la distance  $QR$  en fonction de la hauteur  $h$  et de l'angle  $\theta_2$ .

**II.1.3.** Dédurre des deux questions précédentes l'expression de la hauteur  $h$  de la montagne en fonction de la distance  $d$  et des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

## II.2. Détermination du rayon de la Terre

Une fois la hauteur  $h$  de la montagne déterminée, Al-Biruni monta au sommet  $S$  de la montagne et mesura, grâce à un astrolabe, l'angle  $\alpha$  entre la direction horizontale ( $SH$ ) et la direction de l'horizon ( $ST$ ) qui correspond à la visée du point le plus éloigné visible par Al-Biruni à la surface de la Terre (voir figure 2). Le point  $O$  est le centre de la Terre.

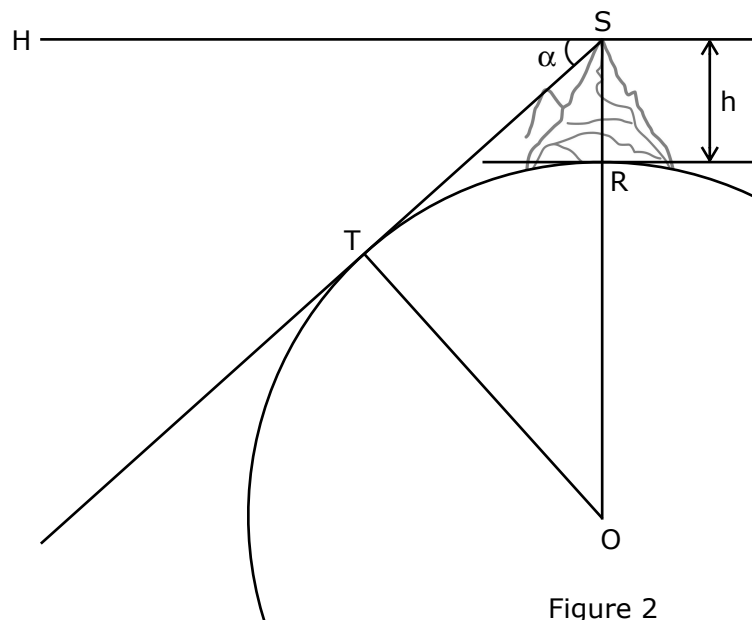


Figure 2

- II.2.1.** Démontrer que l'angle  $\widehat{SOT}$  est égal à l'angle  $\alpha$  .
- II.2.2.** En remarquant que les distances OT et OR sont égales au rayon terrestre  $R_T$  et en utilisant la trigonométrie, exprimer  $R_T$  en fonction de h et  $\cos \alpha$  .
- II.2.3.** L'expérience d'Al-Biruni a été réalisée de telle sorte que les 4 mesures nécessaires aux calculs sont les suivantes :  $\theta_1 = 24,5^\circ$  ;  $\theta_2 = 26,5^\circ$  ;  $d = 100$  m ;  $\alpha = 0,741^\circ$  . Calculer, en km, la valeur du rayon de la Terre.
- II.2.4.** La valeur du rayon moyen de la Terre retenue actuellement et déterminée avec précision est de 6371 km. Comparer les deux valeurs en calculant l'écart-relatif entre la valeur obtenue par la méthode d'Al-Biruni et la valeur actuelle. Commenter le résultat.

On rappelle que l'écart-relatif entre une valeur expérimentale et une valeur attendue se calcule par la relation suivante et s'exprime en pourcentage :

$$E = \frac{|\text{valeur expérimentale} - \text{valeur attendue}|}{\text{valeur attendue}}$$



*Timbre iranien datant de 1973 et commémorant le millénaire de la naissance d'Al-Biruni*